















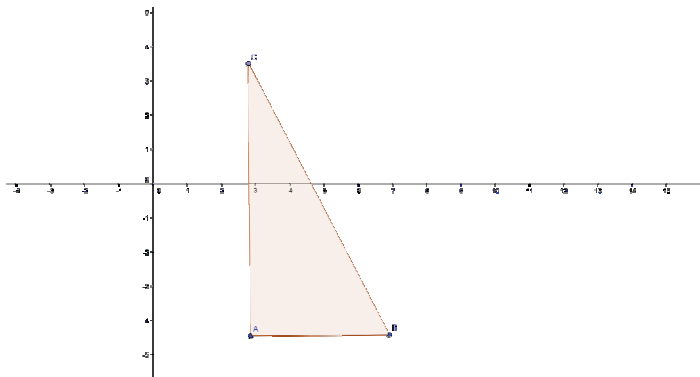
IL TEOREMA DI PITAGORA



Preparazione

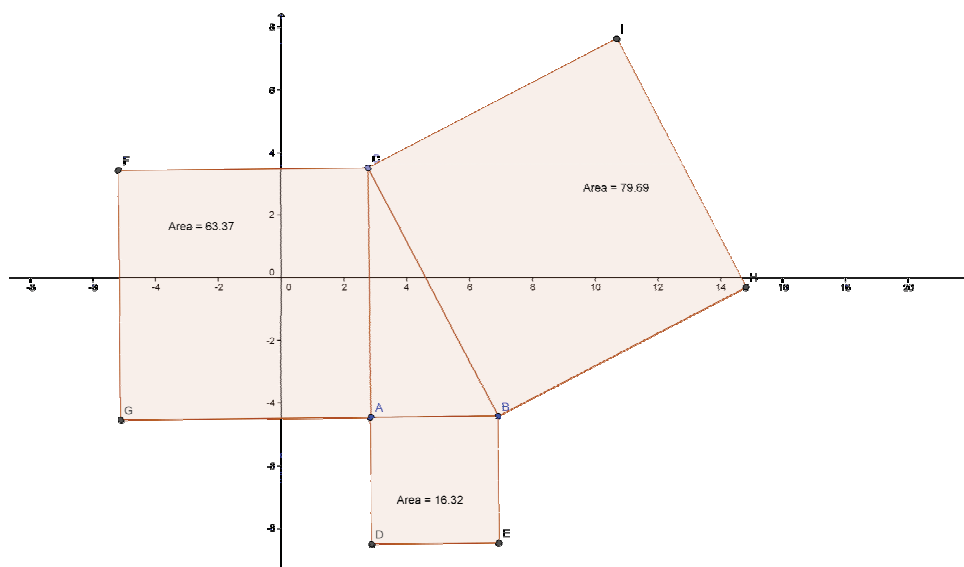
Per questi esercizi con *GeoGebra* dovrai utilizzare i seguenti pulsanti. Leggi sempre le procedure di esecuzione nella zona in alto a destra, accanto alla barra degli strumenti.

| | | |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  retta perpendicolare |  poligono regolare |  angolo |
|  nuovo punto |  area |  segmento - dati un punto e la lunghezza |
|  segmento - tra due punti |  muovi | |
|  poligono |  punto medio o centro | |

- Disegna un triangolo rettangolo: traccia con  un segmento AB , manda da A la perpendicolare ad AB con . Prendi un punto sulla perpendicolare con  (C) e traccia il segmento BC . Con  evidenzia il triangolo ABC . Con il tasto destro del mouse clicca sulla retta AC e spunta "mostra oggetto", per nascondersela.



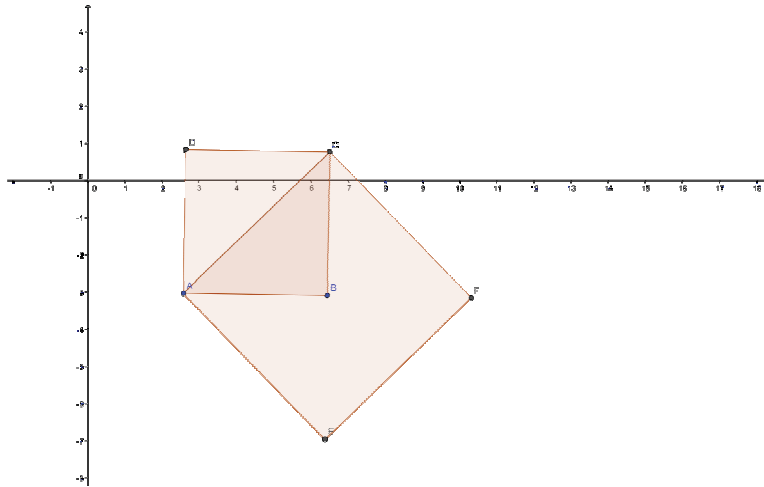
- Dimostra con *GeoGebra* il teorema di Pitagora: costruisci sui lati del triangolo i quadrati con : clicca sui punti B e A (in questo ordine) e indica "4" come numero di vertici, e, allo stesso modo fai con A e C e con C e B . Misura con  le aree dei tre quadrati. Puoi verificare l'equivalenza tra il più grande (costruito sull'ipotenusa) e la somma dei due più piccoli (costruiti sui cateti).



- Per verificare che non dipende dalla scelta del triangolo rettangolo, prova a spostare nel piano con  A , B oppure C e vedrai che la relazione tra le aree rimane.

Esercizi

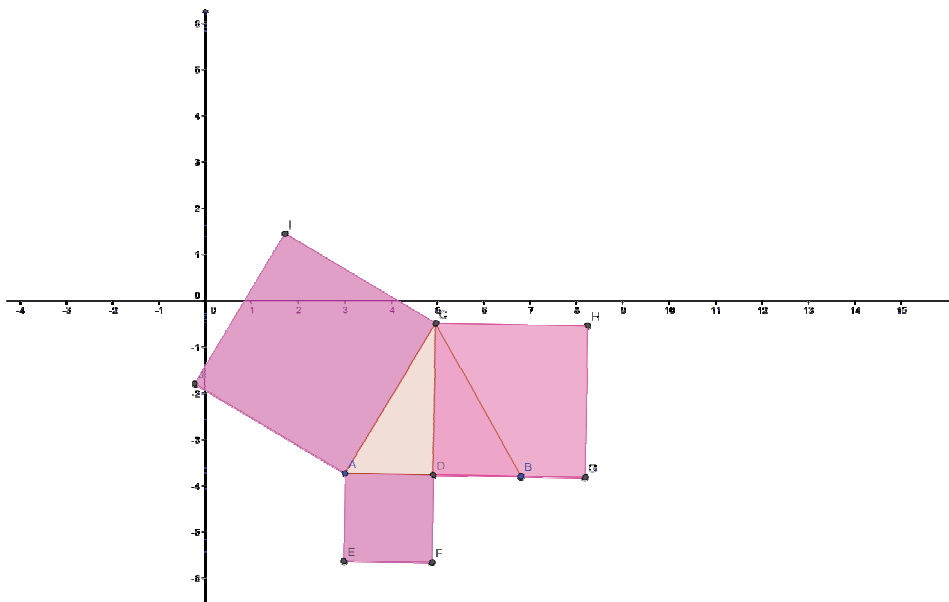
1. Disegna un quadrato $ABCD$. Traccia la diagonale AC . Costruisci ora il quadrato di lato AC .



La sua area è equivalente alla somma dell'area di due quadrati uguali a quelli di partenza, costruiti sui cateti del triangolo rettangolo ACD , del quale AC è l'ipotenusa. Allora la relazione che lega il lato di un quadrato alla sua diagonale è...

Se il lato raddoppia, la diagonale...; se triplica, la diagonale... Che tipo di legge matematica è questa?



2. Disegna un triangolo equilatero ABC (poligono regolare di tre lati) e traccia l'altezza CD . Il triangolo ACD è rettangolo. Costruisci i quadrati sui cateti AD e CD e sull'ipotenusa AC .

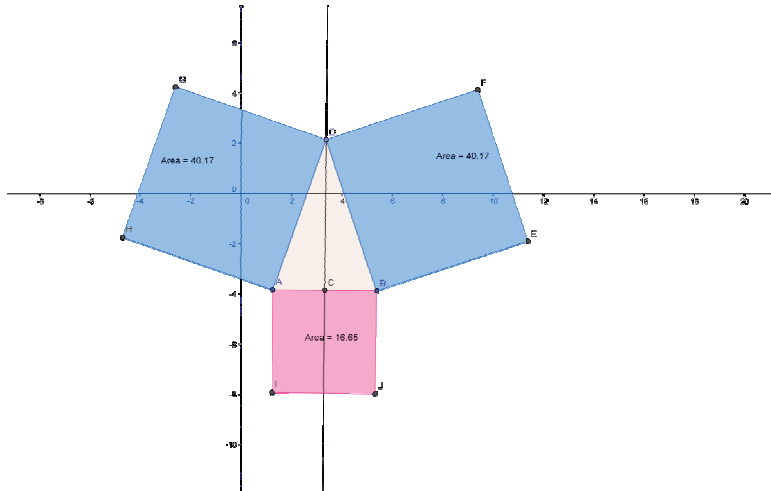


Il cateto AD è la metà dell'ipotenusa AC . Che relazione c'è tra il lato del triangolo equilatero e l'altezza CD ?

Se il lato raddoppia, l'altezza...; se triplica, l'altezza.... Che tipo di legge matematica è questa?

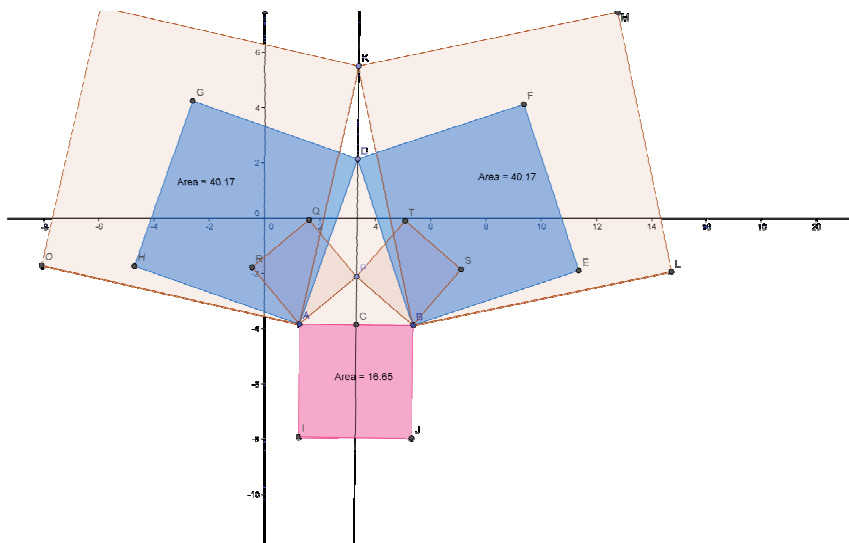
Esplorazioni

1. Il teorema di Pitagora vale solo per i triangoli rettangoli? La risposta è affermativa. Per dimostrarlo con *GeoGebra*, disegna un triangolo isoscele: traccia il segmento AB , traccia con  il suo punto medio C e manda da C la perpendicolare ad AB . Congiungi un qualsiasi punto della perpendicolare con A e con B . Metti in evidenza il triangolo isoscele ABC con . Costruisci i quadrati sui lati del triangolo isoscele.



La somma delle aree dei quadrati costruiti sui lati obliqui non è equivalente al quadrato costruito sulla base AB .

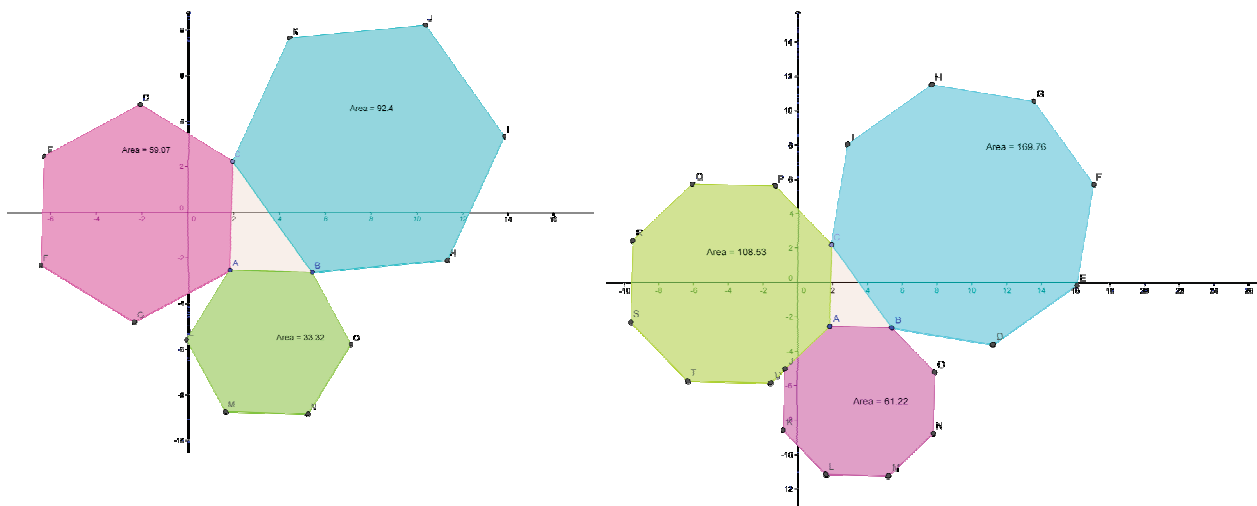
Muovi il punto D , facendolo scorrere sulla retta perpendicolare. A seconda che D sia più lontano da AB o più vicino, i quadrati costruiti sui lati obliqui sono più o meno estesi.



Misura con  l'angolo ADB e verifica che la relazione di Pitagora vale solo quando è retto.

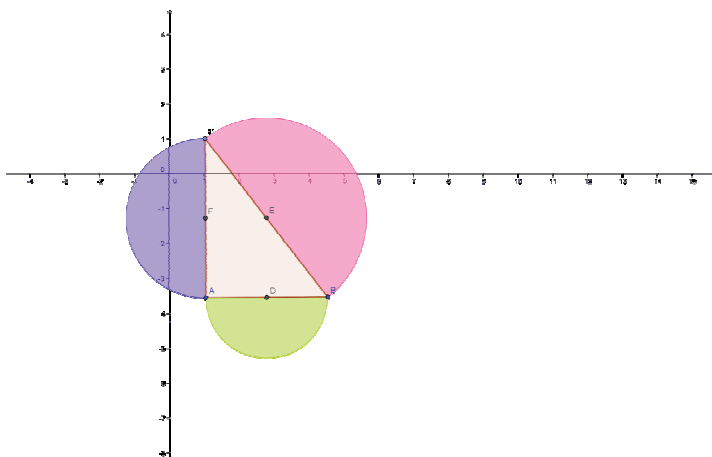
Questo è un metodo efficace per vedere se un triangolo è rettangolo: se vale la relazione di Pitagora lo è, altrimenti no.



2. Fino a ora abbiamo costruito quadrati sui lati di un triangolo rettangolo, ma se invece costruissimo altri poligoni regolari? Il teorema di Pitagora varrebbe ancora? Prova con pentagoni, esagoni, ottagoni, ... regolari, misurane l'area e verifica la relazione pitagorica:

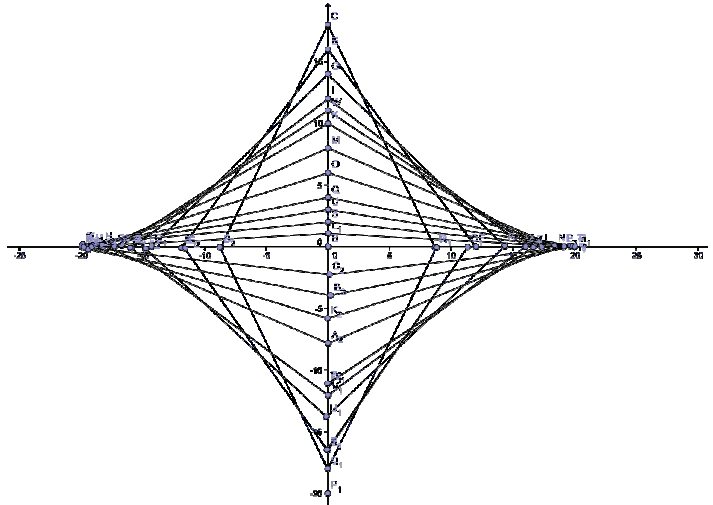
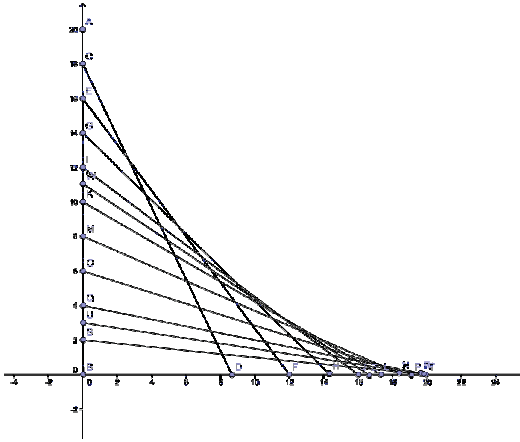


Ti accorgerai che (a parte qualche approssimazione decimale fatta da *GeoGebra*) la relazione vale ancora.

Se aumentiamo il numero dei lati (12, 20, 200, ...) il poligono regolare assomiglia sempre più a una circonferenza; la relazione vale anche in questo caso, cioè quando costruisco delle semicirconferenze che abbiano come diametro i lati del triangolo la somma delle aree dei semicerchi costruiti sui cateti è equivalente all'area del semicerchio costruito sull'ipotenusa? (Devi misurare l'area del cerchio e dividerla per due)



3. Fissa un valore per l'ipotenusa che manterrai costante, ad esempio 20. Traccia un segmento AB lungo 20 con  con l'estremo A sull'asse delle y e l'estremo B sull'asse delle x (spostalo con ). Il triangolo di vertici A, B, O è rettangolo con angolo retto in O . Ripeti varie volte la costruzione mantenendo costante la lunghezza dell'ipotenusa (20). Quello che si forma è un disegno come quello a sinistra. Ripeti la costruzione negli altri quadranti del piano cartesiano; otterrai un "asteroide":



4. Un'altra costruzione grafica che si basa sul teorema di Pitagora è quella che dà luogo a una SPIRALE: disegna un triangolo rettangolo e i quadrati costruiti su cateti e ipotenusa e ripeti la costruzione considerando uno dei quadrati costruiti sui cateti come quadrato costruito sull'ipotenusa di un altro triangolo rettangolo....

Ancora Pitagora per costruire l'ALBERO PITAGORICO formato da triangoli rettangoli isosceli:

